

Realiza cuatro preguntas de las ocho que se presentan

P1) Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a y resuélvelo en los casos en que sea compatible:

$$\begin{cases} x - y - z = 0 \\ 2x + (2a - 1)y + (\sqrt{2} - 2)z = 2 \\ -ax + ay + 2a^2z = \sqrt{2} \end{cases}$$

Menciona el resultado teórico empleado y justifica su uso.

(2,5 puntos)

P2) Calcula los valores de t para los que el rango de la matriz $A \cdot B$ es máximo, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & t-1 \\ 1 & t & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} t+1 & 1 & t \\ 0 & t & -2t+1 \\ t+1 & t+1 & -t-1 \end{pmatrix}$$

(2,5 puntos)

P3) Calcula la ecuación continua de la recta perpendicular a r y s que corta a ambas, siendo

$$r \equiv \begin{cases} x - y - z + 2 = 0 \\ x - 3y + 3z - 8 = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z-0}{-2}$$

(2,5 puntos)

P4) Sean $P(1, 5, -1)$ y la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+4}{2}$.

a) Calcula el punto $Q \in r$ tal que la distancia de P a Q sea mínima.

(1,25 puntos)

b) Halla los puntos Q_1 y Q_2 pertenecientes a r tales que $d(P, Q_1) = d(P, Q_2) = 3\sqrt{2}$.

(1,25 puntos)

P5) Calcula las siguientes integrales indefinidas:

a) $\int \frac{2x - 5}{x^2 + x - 2} dx$ (1,25 puntos)

b) $\int x \ln x dx$ (1,25 puntos)

P6) Estudia la continuidad en \mathbb{R} de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos^2(\pi x) - 1}{1 - x} & x < 1 \\ \ln(x \cdot e^{x+1}) - 2x & x \geq 1 \end{cases}$$

(2,5 puntos)

P7) Se considera la función $f(x) = (x + 1) \sin(\pi x)$.

a) Demuestra que es continua en \mathbb{R} (0,5 puntos)

b) Comprueba que existe un valor $\alpha \in (0, 1)$ tal que $f(\alpha) = \frac{3}{4}$. Enuncia el/los resultado(s) teórico(s) utilizado(s), y justifica su uso. (2 puntos)

P8) Encuentra los dos puntos en los que se cortan las gráficas de estas dos funciones:

$$f(x) = 2 - 2x^2 \quad \text{y} \quad g(x) = x^4 - x^2$$

Calcula el área de la región del plano encerrada entre ambas gráficas.

(2,5 puntos)

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN Y CORRECCIÓN

Criterios generales

- La duración de la prueba es de 90 minutos. Se calificará de 0 a 10 puntos, redondeando a cuartos de punto.
- Se debe responder **exclusivamente** a cuatro de los problemas planteados. Si alguien responde a más de cuatro, solo se sumarán las cuatro peores puntuaciones.
- Se tendrá en cuenta el planteamiento seguido para la resolución del problema y la claridad en la exposición. Si es pertinente, se valorará la referencia a los resultados teóricos usados.
- Para la penalización de los errores en los cálculos, se tendrá en cuenta:
 - si son consecuencia de no haber seguido el procedimiento más adecuado.
 - si reflejan fallos de concepto.
 - si producen simplificaciones relevantes.
 - si ocurren con reiteración.

Criterios específicos

- P1)** Se valorará sobre 1.5 puntos la discusión completa, incluyendo la mención del teorema, sobre 0.5 puntos la solución del caso compatible determinado y sobre 0.5 puntos la del caso compatible indeterminado.
- P7)** En el apartado (b) se valorará sobre 1 punto el enunciado del (de los) resultado(s) teórico(s) requerido(s). Se valorará sobre 1 punto la justificación de su uso hasta obtener α .
- P8)** Se valorará sobre 0.5 puntos la obtención de los puntos de corte, sobre 0.5 puntos el dibujo de la gráfica (aunque no sea muy detallado) y sobre 1.5 puntos el cálculo del área. Si la resolución es correcta, se puede obtener la máxima puntuación aunque no incluya dibujo.